МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
алгебры и математических
методов гидродинамики

В. З __________(Звягин В.Г.)
01.07.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.08 Алгебра

1. Код и наименование направления подготовки: 01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

6. Составители программы: доцент, к.ф.-м.н. Звягин Андрей Викторович

7. Рекомендована: НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.

8. Учебный год: 2021-2022 **Семестр(-ы):** 1, 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является освоение основных понятий и фактов алгебры, овладение основными методами решения задач.

Задачами учебной дисциплины являются:

– ознакомление с основными алгебраическими понятиями и фактами;

- овладение основными методами решения задач;

- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач алгебры и других математических дисциплин.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Алгебра» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по школьной программе.

Студент должен свободно владеть материалами школьной программы.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений Уметь: формулировать постановки основных задач алгебры, в том числе в проективных пространствах, формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач алгебры. Владеть: теоретическими подходами к решению задач алгебры; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области алгебры, общие формы закономерности теории алгебры Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач в области алгебры Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в области алгебры
УК-1	Способен осуществлять поиск, теоритический анализ и синтез информации, применять	УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Знать: составляющие части в области алгебры, их связи Уметь: решать задачи алгебры как систему, выявить составляющие части, устанавливать связи между ними Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой,

	системный подход для решения поставленных задач			направленными на решение проблемных ситуаций алгебры
		УК-1.2	Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, современных концепций философского и социального характера в своей предметной области	Знать: концептуальные основы методов решения задач в области алгебры Уметь: работать с различными источниками научной информации, используя логико-методический инструментарий Владеть: навыками работы в информационных современных системах, критериями проверки источников информации

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 15 / 540.

Форма промежуточной аттестации: зачёт - 1,2 семестр, экзамен - 1,2 семестр

13. Трудоёмкость по видам учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		1	2
Аудиторные занятия	264	140	124
в том числе: лекции	136	68	68
практические	118	68	50
лабораторные	-	-	-
Самостоятельная работа	214	80	134
Контроль	72	36	36
Итого:	540	252	288

13.1 Содержание разделов дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
		1. Лекции	
1.1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	
1.2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.	
1.3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными. Другие подходы к построению теории определителей	

1.4	Пространство R^n	Координатное векторное пространство R^n. Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.
1.5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.
1.6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
1.7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.
1.8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы Z. Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.
1.9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.
1.10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.
1.11	Многочлены от одной переменной	Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена x-c Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлена над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение коней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены.

		Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.
1.12	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.
1.13	Векторные пространства	Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.
1.14	Линейные отображения	Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализируемости матрицы линейного оператора.
1.15	Жорданова форма оператора	Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.
1.16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.
1.17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного

		оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.	
1.18	Аффинные пространства и аффинные отображения	Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.	
1.19	Проективные пространства	Проективное пространство произвольной размерности, различные модели. Однородные координаты. Аффинные карты проективного пространства. Проективные преобразования и проективная группа. Квадрики в проективном пространстве, их классификация	
1.20	Тензоры	Тензоры. Запись тензоров в координатах. Изменение коэффициентов тензора при переходе к другому базису. Операции над тензорами (сложение и умножение). Свертка тензора. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования.	
		2. Практические занятия	
2.1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	
2.2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.	
2.3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными. Другие подходы к построению теории определителей	
2.4	Пространство R^n	Координатное векторное пространство Rn. Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Подпространство. Базис подпространства.	
2.5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров.	

		Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.
2.6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными. Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
2.7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.
2.8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе. Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы Z. Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.
2.9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.
2.10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.
2.11	Многочлены от одной переменной	Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена x-c Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлена над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение коней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.
2.12	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.

2.13	Векторные пространства	Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.
2.14	Линейные отображения	Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализируемости матрицы линейного оператора.
2.15	Жорданова форма оператора	Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и в вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.
2.16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.
2.17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши- Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.
2.18	Аффинные	Аффинные и аффинные евклидовы пространства.

	пространства и аффинные отображения	Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.	
2.19	Проективные пространства	Проективное пространство произвольной размерности, различные модели. Однородные координаты. Аффинные карты проективного пространства. Проективные преобразования и проективная группа. Квадрики в проективном пространстве, их классификация	
2.20	Тензоры	Тензоры. Запись тензоров в координатах. Изменение коэффициентов тензора при переходе к другому базису. Операции над тензорами (сложение и умножение). Свертка тензора. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования.	

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	4	4	-	10	18
2.	Перестановки и подстановки	4	4	-	7	15
3.	Определители	10	8	-	20	38
4.	Пространство R^n	4	4	-	10	18
5.	Ранг матрицы	4	4	-	7	15
6.	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	4	4	-	6	14
7.	Действия с матрицами. Обратная матрица.	8	6	-	12	26
8.	Группы и гомоморфизмы.	10	8	-	15	33
9.	Кольца.	2	4	-	8	14
10.	Комплексные числа	4	6	-	15	25
11.	Многочлены от одной переменной	14	10	-	10	34
12.	Многочлены от нескольких переменных	2	4	-	8	14
13.	Векторные пространства	10	8	-	15	33
14.	Линейные отображения	8	8	-	15	31
15.	Жорданова форма оператора	6	4	-	10	20
16.	Билинейные и квадратичные формы	8	6	-	10	24
17.	Евклидовы и унитарные	16	11	-	10	37

	пространства					
18.	Аффинные пространства и аффинные отображения	12	3	-	8	22
19.	Проективные пространства	4	0	-	8	12
20.	Тензоры	4	4	-	10	18
	Экзамен					72
	Итого:	136	118	-	214	540

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Алгебра» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

4. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.1. Основы алгебры. – 271 с.
2	Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям “Математика”, “Прикладная математика”/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2007. – 560 с. https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=527
3	Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.: Лань,2007.– 416 с. https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=397

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
5	Боревич З. И**.** Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.
6	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А,Чубаров.-М.: Наука, 1987.-494 с.

7	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
8	Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 278 с.
9	Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.
10	Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311,[1]с.
11	Постников М. М.Линейная алгебра : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986 .— 400 с.
12	Шилов Г. Е.Математический анализ : Конечномерные линейные пространства: Учеб. пособие для студ.ун-тов .— М. : Наука: Физматлит, 1969 .— 432 с.
13	Головина Л. И.Линейная алгебра и некоторые ее приложения : учебное пособие для студ. втузов / Л.И. Головина .— М. : Наука, 1985 .— 392 с.
14	Ефимов Н. В.Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн .— 3-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 463, [1] с.
15	Халмош П.. Конечномерные векторные пространства / П. Халмош ; пер. с англ. Д.Ф. Борисова, Д.А. Райкова .— М. : Физматлит, 1963 .— 262, [1] с.
16	Сборник задач по алгебре / В.А. Артамонов, Ю.А. Бахтурин, Э.Б. Винбер ; под ред. А.И. Кострикина .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2001 .— 463 с.
17	Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре : учебное пособие / Х.Д. Икрамов ; под ред. В.В. Воеводина .— Изд. 2-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2006 .— 319 с.
18	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.I.- 22 с.
19	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.II.- 22 с.
20	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.III.- 15 с.
21	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.IV.- 23 с.
22	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.V.- 20 с.
23	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.VI.- 15 с.
24	Комплексные числа: метод. указания для студентов 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков. – Воронеж: ВГУ, 1995.- 20 с.
25	Элементы теории множеств : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Н.М. Близняков .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 46 с.
26	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
27	Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по мат. специальностям/ Д.К.Фаддеев, И.С.Соминский.-СПб.: Лань, 2004.-287 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
28	http://www.lib.vsu.ru- Электронный каталог ЗНБ ВГУ
29	https://lanbook.lib.vsu.ru- Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
30	https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 – Сайт факультета

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
2	Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.
3	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А,Чубаров.-М.: Наука, 1987.-494 с.

4	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
5	Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 278 с.
6	Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.
7	Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311,[1]с.
8	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы:

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5*, Calc, Math,* браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

19. Фонд оценочных средств:

Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Перестановки и подстановки	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Определители	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Пространство R^n	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
5	Ранг матрицы	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1 Ук-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
8	Группы и гомоморфизмы.	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2 УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
9	Кольца.	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
10	Комплексные числа	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 1

11	Многочлены от одной переменной	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
12	Многочлены от нескольких переменных	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
13	Векторные пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 2
14	Линейные отображения	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
15	Жорданова форма оператора	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1 УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 2
16	Билинейные и квадратичные формы	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 3
17	Евклидовы и унитарные пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 3
18	Аффинные пространства и аффинные отображения	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2 УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 3
19	Проективные пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 3
20	Тензоры	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 3
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачёт Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Зачет выставляется при успешной сдаче контрольных работ Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

<u>Домашние задания:</u>

<u>По теме 1. Системы линейных уравнений (метод Гаусса)</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 75,85,578,580, 714, 713, 697, 574, 713, 719,720, 727, 729, 726

<u>По теме 2. Перестановки и подстановки</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 124, 126, 128, 131, 137, 154, 156, 165, 167

<u>По теме 3 Определители</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 190,198, 205, 214, 236, 239, 255, 261, 265, 266, 272, 269, 283, 292, 300 426-430, 432-436, 446, 448, 450.

<u>По теме 4. Пространство Rn</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 726-732

<u>По теме 5. Ранг матрицы</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 609, 611, 613, 620, 622

<u>По теме 6. Системы линейных уравнений (ранг матрицы)</u>

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 556, 559, 561, 563, 570, 572, 573, 586, 638, 643, 802, 805, 823,825, 828, 838, 841, 843, 845

По теме 7. Действия с матрицами. Обратная матрица

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 789, 791, 793- 795, 798, 800, 802, 805, 807, 809, 823-825, 828, 829, 837-839, 841-844, 862, 863, 865, 868, 870, 871

По теме 8. Группы и гомоморфизмы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 102, 104,105(b), 107(b,d), 108(b,c)

По теме 9. Кольца

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 109(b), 112, 115(b),119,124(c),113

По теме 10 Комплексные числа

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 137, 143, 136, 146

По теме 11 Многочлены от одной переменной

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.
Задания №№ 546 (b), 548, 549 (b,d), 550 (b), 551 (b,d,e), 553 (b), 554 (b), 555 (b), 577 (b,d,f,h,j,k,l), 578 (b,d,e,f), 579 (b,d,e,f), 585 (b,c,d,e).

По теме 12 Многочлены от нескольких переменных

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.
Задания №№ 590 (b,c), 593(b,c), 600, 602, 604, 606.

По теме 13 Векторные пространства

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.
Задания №№ 642,643,644,647,649,674,676,680,681, 1279, 1280, 1281, 1284, 1287, 1290-1293, 1297, 1301, 1302, 1310-1313, 1317, 1320-1322, 1324, 1328

По теме 14 Линейные отображения

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.
Задания №№ 1434-1446, 1448, 1449, 1450,1452,1453,1454,1457,1458, 1489, 1490, 1465-1474, 1479-1483,1496, 1497,1499

По теме 15 Жорданова форма оператора

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 1090 -1104

По теме 16 Билинейные и квадратичные формы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 1361-1363,1357-1360,1370-1372,1402,1403

По теме 17 Евклидовы и унитарные пространства

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№1366, 1367, 1402, 1403

По теме 18 Аффинные пространства и аффинные отображения
Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 1175-1189, 1248-1262
По теме 19 Проективные пространства
Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 1212,1213, 1234,1235,1224
По теме 20 Тензоры
Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.
Задания №№ 1225-1229

Перечень вопросов к зачету: оценка знаний при проведении зачета ведется с учетом результата работы в ходе семестра, результатом выполнения контрольных работ.

Примерный перечень задач для контрольной работы №1:

Варинант 1

1. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

2. Найти ФСР

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Следующую систему уравнений решить по правилу Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

4. Пользуясь теоремой Лапласа, вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Вычислить определитель

$$A = \begin{pmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_{n-1} & 1 \\ a_1 & a_2 & x & \dots & a_{n-1} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & 1 \end{pmatrix}$$

Примерный перечень задач для контрольной работы №2:

Вариант 1

1. В пространстве $\mathbb{R}^3$ действуют операторы Φ и Ψ по правилам

$$\Phi x = \Phi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + x_2, x_2), \quad x = (x_1, x_2, x_3),$$

$$\Psi x = \Psi(x_1, x_2, x_3) = (x_3, x_2 + x_3, x_1 + x_2 + x_3), \quad x = (x_1, x_2, x_3).$$

   Найти операторы $\Phi + \Psi$, $\Phi - \Psi$, $\Phi\Psi$, $\Psi\Phi$.

2. В пространстве $\mathbb{R}^3$ действует линейный оператор φ по правилу $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2, x_1 + 2x_2 + x_3, x_1 + x_3)$. Найти его ядро и образ.

3. В пространстве $\mathbb{R}^3$ действует линейный оператор Φ по правилу $\Phi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + x_3, x_1 + 3x_2 + 2x_3, 2x_1 + 5x_2 + 4x_3)$. Найти оператор Φ^{-1}.

Примерный перечень задач для контрольной работы №3:

Вариант 1

1. Найти системы линейных уравнений, задающие линейные подпространства, натянутые на следующие системы векторов:

$$a_1 = (1, -1, 1, 0), a_2 = (1, 1, 0, 1), a_3 = (2, 0, 1, 1).$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на данную систему векторов: $(2, 1, 3, -1)$, $(7, 4, 3, -3)$, $(1, 1, -6, 0)$, $(5, 7, 7, 8)$.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.
Цель текущего контроля:
Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.
Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных работ.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты контрольной работы. Для получения оценки «зачтено» на зачете у обучающегося должны иметься или оценки «зачтено» по контрольным работам или студент должен решить соответствующие задачи в ходе проведения зачета. Контрольная работа – по 10 баллов за каждую правильно решенную задачу контрольной работы. При получении не менее половины баллов выставляется оценка «зачтено».

При проведении экзамена обучающийся должен ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Примерный перечень вопросов:

Семестр 1

1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2	Постановки и подстановки
3	Матрицы
4	Определители. Правила Крамера. Определитель матрицы n-ого порядка
5	Матрицы к-ого порядка. Теорема Лапласа
6	Правила Крамера
7	Пространство R^n. Ранг матрицы. Правило вычисления ранга матрицы
8	Системы линейных уравнений
9	Структура множества решений системы линейных уравнений
10	Действия с матрицами. Обратная матрица
11	Билинейные формы. Выражение билинейной формы в координатах. Матрица билинейной формы
12	Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду

13	Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сльвестра

Семестр 2

1	Линейные пространства.
2	Линейная зависимость и независимость векторов
3	Базис, координаты, размерность пространства
4	Изоморфизм линейных пространств
5	Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при изменении базиса
6	Подпространства линейного пространства
7	Сумма и пересечение подпространств
8	Прямая сумма подпространств
9	Линейные операторы
10	Матрица линейного оператора
11	Действия с линейными операторами
12	Аннулирующие многочлены
13	Обратный оператор
14	Линейный оператор, действующий из R^n в R^n
15	Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект оператора
16	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
17	Теорема Гамильтона-Кэли
18	Инвариантные подпространства
19	Жорданова Форма матрицы линейного оператора
20	Евклидово и унитарное пространства. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца
21	Ортонормированный базис. Процесс ортогональности
22	Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство
23	Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств
24	Сопряженное пространство. Сопряженный базис
25	Сопряженный оператор, его свойства
26	Самосопряженный оператор, его структура
27	Изометрический оператор, его структура
28	Структура линейных операторов в евклидовых и унитарных пространствах

Критерии оценивания компетенций	**Шкала оценок**
«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение контрольных работ, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.	«зачтено»
«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с заданиями билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.	«Не зачтено»

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетвотельно

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1. Пусть $x_1, ..., x_n$ – векторы линейного пространства R над полем F. Выражение вида $\alpha_1 x_1 + ... + \alpha_n x_n$, $\alpha_1, ..., \alpha_n \in F$ называется

а) линейной комбинацией;

б) аксиомой коммутативности;

в) нелинейной комбинацией.

№2 Если среди коэффициентов линейной комбинации есть ненулевые, то такую линейную комбинацию называют

а) нетривиальной;

б) тривиальной.

№3 Если среди коэффициентов линейной комбинации нет ненулевых коэффициентов, то такую линейную комбинацию называют

а) тривиальной;

б) нетривиальной.

№4 Линейный оператор $A : R \to R$ называется обратимым, если существует линейный оператор $B : R \to R$ такой, что...

а) $AB = BA = I$**;**

б) $AB = BA = A$.

№5 Базис $e_1, ..., e_n$ евклидова или унитарного пространства называется ортогональным при $i, j = 1, ..., n, i \neq j$, если

а) $(e_i, e_j) = 0$**;**

б) $(e_i, e_j) \neq 0$.

№6 Является ли арифметическое пространство $\mathbb{R}^n$, т.е. множество упорядоченных наборов n вещественных чисел с операциями сложения и умножения на вещественные числа линейным пространством?

да.

№7 Посчитайте определитель диагональной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

90

№8 Ранг матрицы A равен

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3

№9 Даны два вектора $\bar{k} = (-2, 4), \bar{m} = (1, -2)$. Является ли данная система векторов линейно независимой?

да

№10 Образуют ли базис следующие вектора: $\bar{k} = (3, 7), \bar{m} = (-6, 14)$

да

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.